

- Дәріс №2. Фильтрацияның сызықты заңы – Дарси заңы.

Дарси заңының қолданылу аймағы.

ДӘРІСКЕР:
ҚАРЛЫҒАШ АЛИБАЕВА

Механика кафедрасы

- **Фильтрация жылдамдығы**
- **Дарси заңы**
- **Дарси заңының қолданылу аймағы.**
- **Критикалық Рейнольдс саны**
- **Фильтрацияның сызықты емес заңдары.**

Фильтрация жылдамдығы деп сұйықтың көлемдік шығынының сұйық ағысы бағытына нормаль болатын пластың көлденең қимасының ауданына қатынасын айтады

$$v_{\phi} = \frac{Q}{S} \quad (1)$$

Фильтрация жылдамдығы кеуектілік жоқ болғанда ($m=1$) сұйық қозғала алатын фиктивті жылдамдықты береді.

Қозғалыстың орташа жылдамдығы сұйықтың көлемдік шығынының саңылаулар ауданына (ағыс ауданы) қатынасына тең

$$v_{\text{орт}} = \frac{Q}{mS} \quad (2)$$

Фильтрация жылдамдығы мен қозғалыстың орташа жылдамдығы өзара келесі қатынаспен байланысады

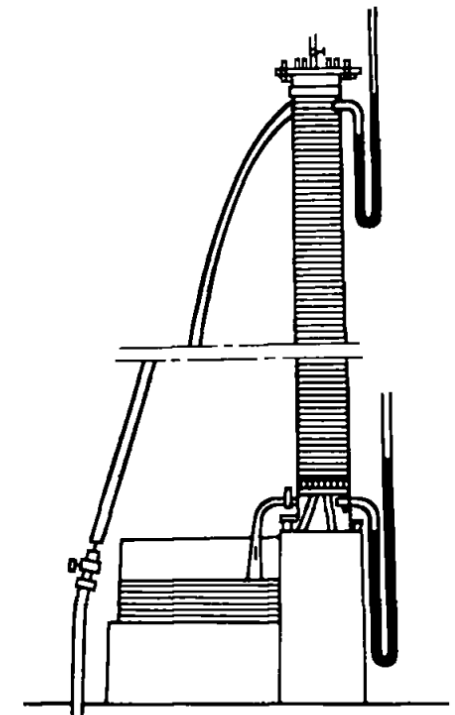
$$v_{\text{орт}} = \frac{v_{\phi}}{m} \quad (3)$$

Кеуектілік $0 < m < 1$ аралығында өзгертіндіктен, фильтрация жылдамдығы v_{ϕ} сұйық ағысының нақты орташа жылдамдығынан аз болады.

Осылайша, v_{ϕ} фильтрация жылдамдығын енгізген кезде қандай да бір жалған фильтрациялық ағыс қарастырылады, ондағы кез келген қима арқылы өтетін ағыс шығыны нақты сұйықтық шығынына тең, жалған және нақты ағыстың қысым өрістері бірдей, ал жалған ағыстың кедергі күші нақты ағыстың кедергі күшіне тең. Сонымен қатар, фильтрация жылдамдығы көлем бойынша үздіксіз таралады және нақты қозғалыстың орташа жылдамдығымен (4)-қатынасымен байланыста деп есептеледі.

Құм толтырылған құбырлардағы судың қозғалысын алғаш рет тәжірибелік түрде француз инженерлері А.Дарси (1856) және Ж.Дюпюи (1848-1863) жүргізді. Бұл жұмыстар фильтрация теориясының негізін қалады.

Анри Дарси Дижон қаласын сумен жабдықтау үшін қажет болатын тік орналасқан құм фильтрлері арқылы су ағынын зерттеді (1-сурет).



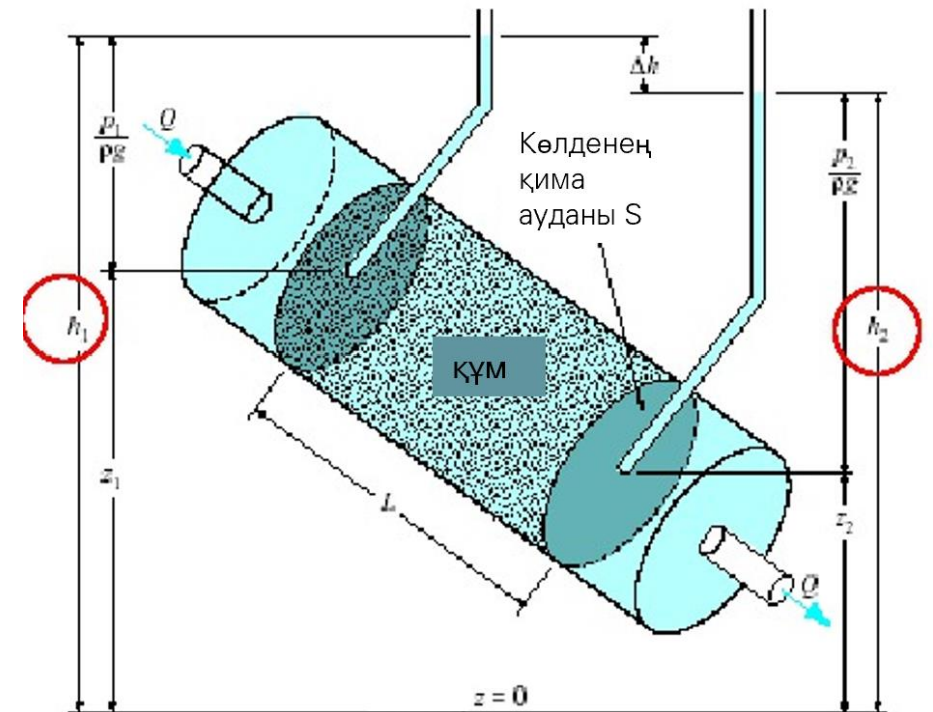
1-сурет

Мұқият жүргізілген тәжірибелердің нәтижесінде ол кеңінен танымал эксперименттік формуланы белгіледі

$$Q = k_{\phi} \frac{H_1 - H_2}{L} S \quad (4)$$

мұндағы, Q – құмды фильтрден өткен сұйықтың көлемдік шығын, L -құбыр ұзындығы, S - көлденең қимасының ауданы, $H_1 = \frac{p_1}{\rho g} + z_1$ және $H_2 = \frac{p_2}{\rho g} + z_2$ – құбырдың кіреберістегі және шығаберістегі қысым екпіні, k_{ϕ} -ортаның фильтрация коэффициенті – кеуекті ортаның табиғаты мен фильтрацияланатын сұйықтың қасиетіне тәуелді.

Өткізгіштік - бұл қысым градиентінің әсерінен сұйықтықты өзінен өткізу қабілетін сипаттайтын кеуекті материалдың қасиеті.



Фильтрация коэффициенті k_{ϕ} әдетте гидротехникалық есептеулерде қолданылады, мұнда бір ғана сұйықтықтың – судың қозғалысы қарастырылады. Мұнайдың, газдың және олардың қоспаларының фильтрациясын зерттегенде кеуекті орта мен сұйықтың қасиеттерінің әсерін ажырату қажет. Бұл жағдайда Дарси формуласы (5) әдетте біршама басқаша түрде жазылады:

$$Q = \frac{k}{\mu} \rho g \frac{H_1 - H_2}{L} S \quad (6)$$

Немесе

$$Q = \frac{k}{\mu} \frac{p'_1 - p'_2}{L} S \quad (7)$$

мұндағы, μ – динамикалық тұтқырлық коэффициенті, $p' = \rho g H = p + \rho g z$ келтірілген қысым ($z=0$ болғанда келтірілген қысым нақты қысымға сәйкес келеді), **k – өткізгіштік коэффициенті**, ол сұйықтың қасиеттеріне тәуелді емес, тек кеуекті ортаның динамикалық сипаттамасы болады.

Фильтрация және өткізгіштік коэффициенттері өзара төмендегідей қатынаспен байланысады:

$$\frac{k}{\mu} = \frac{k_{\phi}}{\rho g} \quad (8)$$

Фильтрация коэффициентінің өлшем бірлігі - **м/с**, ал өткізгіштік коэффициентінің өлшем бірлігі – **м²**.

Тау жыныстарының көпшілігінің өткізгіштігі өте аз сандармен сипатталады. Ірі түйіршікті құмтас өткізгіштігі $10^{-12} \div 10^{-13}$ м² құрайды, тығыз құмтастар өткізгіштігі шамамен 10^{-14} м². Осыған байланысты, мұнай кәсіпшілік тәжірибесінде өткізгіштік бірлігі ретінде - Д (Дарси) кең тараған.

Өткізгіштік өлшем бірлігі 1Д ретінде ауданы 1 см², ұзындығы 1 см болатын үлгіден тұтқырлығы 1 сП болатын сұйық 1 кгс/см² (98 000 Па) қысымдар айырмашылығы әсерінен 1 см³/с шығынмен фильтрацияланатын кеуекті ортаның өткізгіштігі қабылданады.

$$1 \text{ Д} = 1,02 \cdot 10^{-12} \text{ м}^2$$

Дарси заңының қолданылу аймағы. Фльтрацияның сызықты емес заңдары.

Дарси заңының қолдану мүмкіндігінің жоғарғы және төменгі шегін және оларға сәйкес келетін себептердің екі негізгі тобын ажыратуға болатыны көрсетілген.

Жоғарғы шегі айтарлықтай жоғары фильтрация жылдамдығы кезінде инерциялық күштердің көрініс табуымен байланысты себептермен анықталады.

Төменгі шегі сұйықтықтың ньютондық емес реологиялық қасиеттерінің көрініс табуымен, жеткілікті төмен фильтрация жылдамдығы кезінде сұйықтың кеуекті ортаның қатты қаңқасымен әрекеттесуімен анықталады

Дарси заңының қолдану мүмкіндігінің жоғарғы шегі.

Дарси заңының қолдану мүмкіндігінің жоғарғы шегі әдетте Рейнольдс санының $Re_{кр}$ қандай да бір критикалық (шекті) мәнімен байланысты.

$$Re = ud/\nu \quad (9)$$

мұндағы d - кеуекті ортаның кейбір сипаттамалық сызықтық өлшемі; ν - сұйықтық тұтқырлығының кинематикалық коэффициенті ($\nu = \mu/\rho$).

Дарси заңы бұзылатын фильтрация жылдамдығы **критикалық фильтрация жылдамдығы** деп аталады $u_{кр}$. Алайда, фильтрацияның сызықты заңының бұзылуы ағыс режимінің **ламинарлыдан турбуленттілікке өткенін білдірмейді**. Каналдардың ирелеңділігі мен олардың көлденең қимасының ауданының өзгеруі әсерінен **сұйықта пайда болатын инерция күштері $u > u_{кр}$ кезінде үйкеліс күшімен шамалас болып кетуі әсерінен Дарси заңы бұзылады**.

Дарси заңын қолдану мүмкіндігінің жоғарғы шегінің бірінші сандық бағасын **Н.Н.Павловский** берген, ол идеал топырақ моделі үшін алынған Ч.Слихтердің нәтижелеріне сүйене отырып және сипаттамалық өлшем d –ны эффективті диаметрге $d_{\text{тиім}}$ тең деп қабылдай отырып, Рейнольдс санының келесі формуласын қорытып шығарды

$$Re = \frac{ud_{\text{тиім}}}{(0,75m+0.23)\nu} \quad (10)$$

Осы формуланы және тәжірибелер нәтижесін қолдана отырып **Н.Н.Павловский** Рейнольдс санының критикалық мәні мына аралықта жататынын анықтады

$$7.5 < Re_{\text{кр}} < 9 \quad (11)$$

$Re_{кр}$ мәнінің айтарлықтай қысқа диапазонда жатуы тәжірибе кезінде пайдаланылған кеуекті ортаның әртүрлі үлгілерінің көп болмағандығымен түсіндіріледі.

В.Н. Щелкачев бойынша Рейнолдс саны төмендегідей анықталады

$$Re = \frac{10u\sqrt{k}}{m^{2.3}\nu} \quad (12)$$

мұндағы k – өткізгіштік коэффициенті. Ал критикалық Рейнольдс мәні мына аралықта өзгереді

$$1 \ll Re_{кр} \ll 12 \quad (13)$$

М.Д.Миллионщиков сипаттамалық жылдамдық ретінде орташа жылдамдықты $v_{орт} = \frac{v_{\phi}}{m}$, сызықты параметр ретінде $\sqrt{k/m}$ өрнегін алуды ұсынды,

$$Re = \frac{u\sqrt{k/m}}{\nu} = \frac{u_{орт}\sqrt{k}}{m^{1.5}\nu} \quad (14)$$

Критикалық Рейнольдс мәні мына аралықта өзгереді

$$0,022 \ll Re_{кр} \ll 0,29 \quad (15)$$

Егер осы формулалардың бірімен есептелген **Рейнольдс саны** Re **төменгі шегінен кіші болса**, **Дарси заңы орындалады**, егер **Рейнольдс саны** $Re_{кр}$ **жоғарғы шегінен артық болса**, онда Дарси заңы бұзылады.

Re мәнінің диапазонының кең болу себебі - Рейнольдс санын есептеуге арналған формулаға кеуектің микро құрлымын толық сипаттай алмайтын k және m параметрлері кіреді.

Осылайша, $Re > Re_{кр}$ Рейнольдс сандары үшін сызықты Дарси заңы енді **жарамсыз**. Дарси заңының үлкен Re жағдайына алғашқы жалпылауын тәжірибелік деректерге негізделген Дюпюи жүзеге асырды, ол австриялық зерттеуші **Ф.Форхгеймердің** есімімен аталатын қос мүшелік фильтрация заңын тұжырымдады. Қазіргі уақытта қабылданған белгілерде бұл қатынасты (ауырлық күшін есепке алмаған түзу сызықты-параллель ағыстың қарапайым жағдайы үшін) келесі түрде көрсетуге болады:

$$\frac{\Delta p}{L} = \frac{\mu}{k} u + \beta \frac{\rho}{\sqrt{k}} u^2 \quad (16)$$

мұндағы β – тәжірибелік түрде анықталатын кеуекті ортаның тұрақтысы.

Теңдеудің оң жағындағы бірінші қосылғыш сұйықтың тұтқырлығы әсерінен қысымның жоғалуын, екіншісі – кеуекті арналардың қисық сызықтылығымен және ирелеңділігіне байланысты сұйық қозғалысына кедергінің инерциялық құраушысын ескереді.

(16)-дан **фильтрация жылдамдықтары төмен болғанда u^2 жылдамдықтың квадратын елемеуге болады**, қысым градиенті тек бірінші мүшеге тәуелді болады, яғни қозғалыс Дарси заңына сәйкес инерциясыз болады. **Фильтрация жылдамдығы жоғары болғанда инерциялық күштер айтарлықтай болады және тұтқыр күштермен шамалас немесе тіпті басым болады.**

Рейнольдс саны өскен сайын (16) өрнектегі квадрат мүшесі басым болып шығады, тұтқыр күштер инерция күштерімен салыстырғанда елеусіздей аз болады, және (16) өрнегі **А. Краснопольский ұсынған фильтрацияның квадраттық заңына келеді**

$$-\frac{dp}{ds} = bu^2 \quad (17)$$

(17) - сызатты және ірі түйіршікті кеуекті ортадағы фильтрациялар үшін жарамды. Мұндағы b – тәжірибелік түрде немесе А.И. Ширковский ұсынған формуламен жуық түрде анықталады

$$b = \rho \frac{63 \cdot 10^6}{(k/m)^{3/2}}$$

мұндағы ρ -тығыздық, k - өткізгіштік коэффициенті, m - кеуектілік коэффициенті.